Istituto Comprensivo Rignano – Incisa Valdarno

Percorsi didattici scuola primaria

L' AREA

Scuola Primaria Rignano
classe quarta A
a. s. 2016-2017

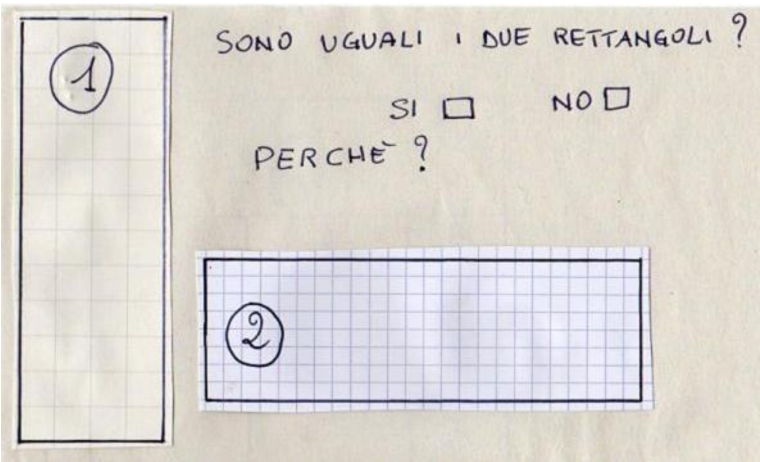
Fase 1 - Costruzione del concetto di estensione di una figura geometrica attraverso il confronto e la sovrapposizione di due modelli.

Questa prima fase di lavoro ha lo scopo di far acquisire agli alunni il concetto che pur variando la posizione di una figura nello spazio, non cambiano le sue caratteristiche. Inoltre i ragazzi devono mettere a confronto due unità di misura diverse (quadretto grande e quadretto piccolo) e trovare le relative equivalenze.

Lavoro individuale
Ai ragazzi viene consegnata una scheda con due rettangoli uguali, ma posizionati nello spazio in modo diverso e con quadrettature diverse.

Consegna di lavoro

1) Ritaglia i due rettangoli, colora di rosso il perimetro e di giallo lo spazio interno.



2) Rispondi sul quaderno e spiega le ragioni della tua scelta

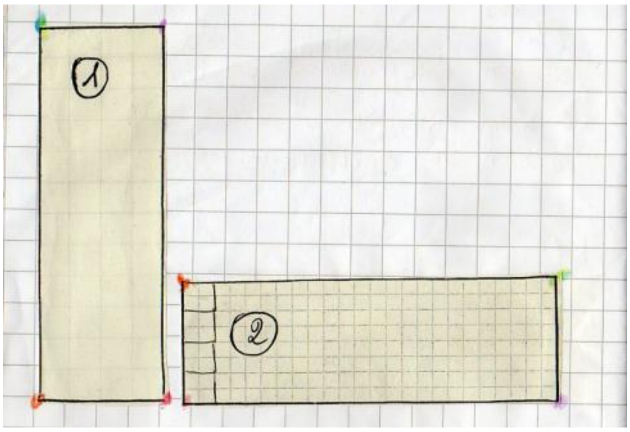
Gli alunni hanno trovato strategie diverse di risoluzione:

qualcuno si lancia nel conteggio dei cm quadrati intuendo che 1 quadretto da 1 cm di lato equivale a 4 quadretti da 0,5 cm;

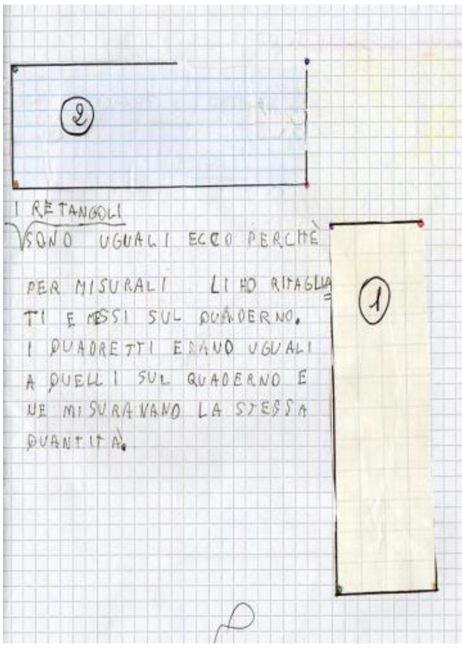
altri alunni confrontano le due figure ritagliandole e sovrapponendole;

altri ancora misurano usando il metro precedentemente costruito da ogni bambino utilizzando una striscia di stoffa.

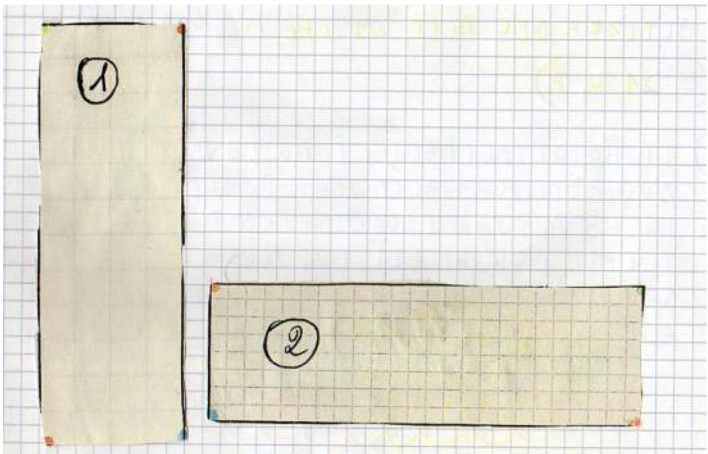
Ed ecco **alcune delle risposte** che hanno dato i ragazzi individualmente



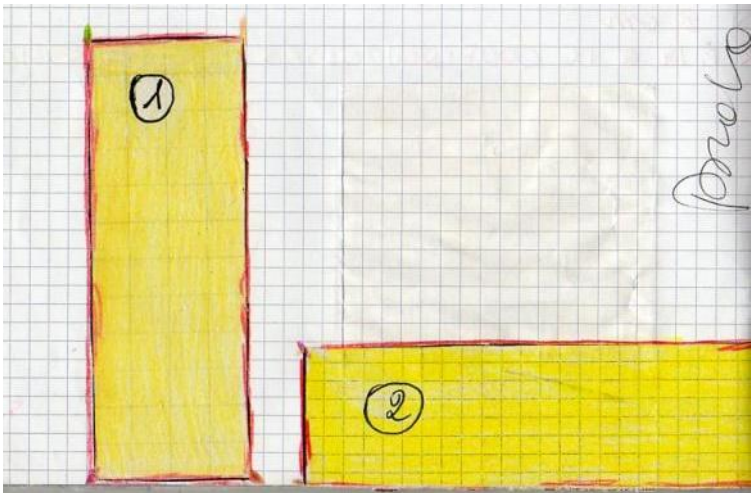
I due rettangoli secondo me sono uguali perché ogni quadretto del lato più corto del primo rettangolo equivale a 4 piccoli quadretti del secondo rettangolo.



I due rettangoli sono uguali, ecco perché: per misurarli li ho ritagliati e messi sul quaderno. I quadretti erano uguali a quelli sul quaderno e ne misuravano la stessa quantità.



I due rettangoli sono uguali perché ho visto che il 2 ha i quadretti piccoli e il 1 ha i quadrati grandi e io ho scoperto che 4 quadrati piccoli sono 1 quadrato grande.
Quindi ho contato tutte le file e le colonne di tutti i rettangoli ed erano uguali.
Dopo ho ricontrollato facendo combaciare i lati.



I due rettangoli sono uguali perché se li pieghi a metà e poi li sovrapponi, sono della stessa misura, della stessa larghezza.

Dalla successiva discussione collettiva, sono state individuate, tra tutte quelle suggerite individualmente, **soluzioni e strategie condivise da tutta la classe:**

- Ho contato i quadretti e ho visto che 2 quadretti piccoli del rettangolo n. 2 equivalgono a 1 quadretto grande del primo rettangolo. L'altezza del rettangolo n.2 è 8 quadretti piccoli (equivalente a 4 quadretti grandi) e la larghezza del rettangolo n.1 è 4 quadretti grandi (equivalente a 8 quadretti piccoli), la base del rettangolo n. 2 ha 24 quadretti piccoli (equivalente a 12 quadretti grandi) ed è uguale all'altezza del rettangolo n. 1 che misura 12 quadretti grandi (equivalente a 24 quadretti piccoli).

- Li ho ritagliati, li ho sovrapposti e i due rettangoli combaciavano perfettamente.

- Li ho misurati col metro e ho visto che i lati lunghi dei due rettangoli misuravano 12 cm e i due lati corti misuravano 4 cm.

Conclusione collettiva

I due rettangoli sono uguali per lo spazio interno,
pur essendo diversi per posizione.

A questo punto del percorso si propongono alcune schede per il consolidamento, tratte dalle Prove Invalsi.

Fase 2 - Dalle frazioni equivalenti all'intuizione del concetto di equiestensione

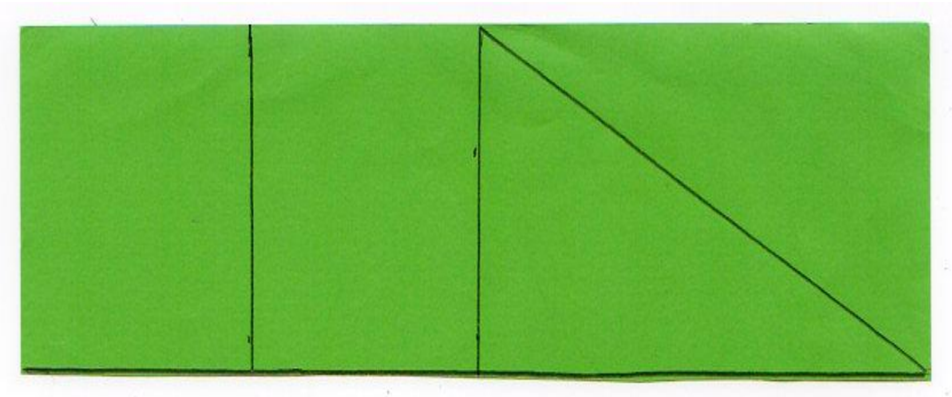
Parallelamente al lavoro di geometria, si stava lavorando sulle frazioni e in particolare sul concetto di frazione equivalente ad 1, all'intero.

Le attività proposte in questa seconda fase prevedono l'utilizzo del concetto di frazione per stabilire l'equiestensione di due figure.

Lavoro individuale

Ad ogni alunno viene consegnata una striscia rettangolare divisa a metà, ognuna delle due metà è a sua volta ridivisa a metà, ma in maniera diversa: una metà divisa in due rettangoli, l'altra metà divisa in due triangoli.
I ragazzi avrebbero dovuto individuare l' equiestensione tra i 4 quarti in cui era stata frazionata la striscia. Ci si aspettava che dimostrassero l'equiestensione, dividendo prima a metà e successivamente individuando la metà della metà, infatti era stato loro detto che potevano ritagliare i pezzi come volevano.

Consegna di lavoro

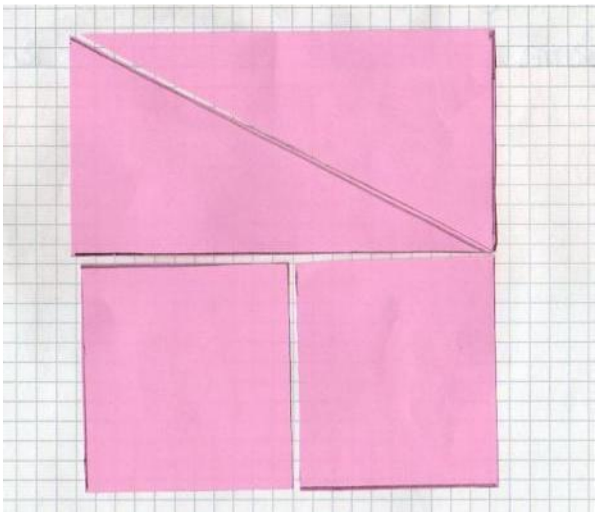


Le 4 parti sono uguali per quanto riguarda lo spazio che contengono?

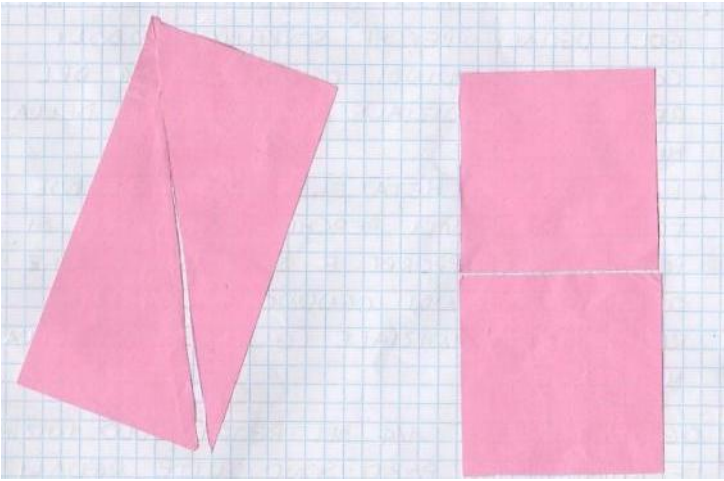
SI ☐ NO ☐ Perché?

Spiega le ragioni della tua scelta

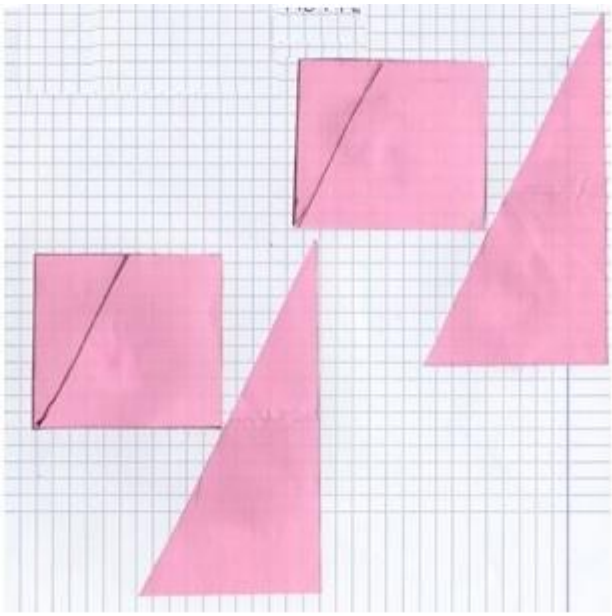
Trascriviamo alcune risposte



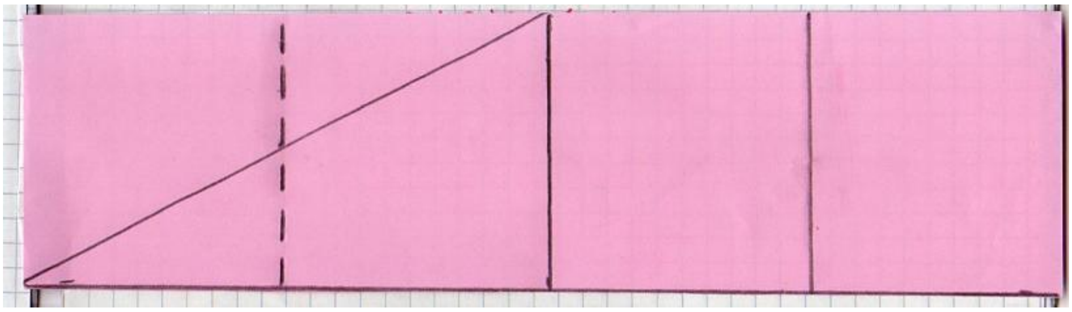
Le 4 parti sono uguali perché se si prendono i triangolini e si mettono a forma di rettangolo e i rettangolini a formare un rettangolo più grande, se poi si sovrappongono combaciano, quindi per me sono uguali.



Sì, perché ho tagliato le 4 forme e mettendole a due a due mi sono venuti fuori due rettangoli. Li ho sovrapposti e ho visto che l'ampiezza interna è la stessa.



Sì, perché ho sovrapposto un triangolo ad un rettangolo e ho piegato con l'unghia la parte che avanzava. Poi ho visto che il pezzettino in più lo potevo mettere per completare il rettangolo.



Sì, perché se pieghi in due parti i due triangoli che compongono il rettangolo, viene un quadrato come gli altri due, quindi per me sono uguali

Nella condivisione dei lavori è risultato che i più avevano colto l'uguaglianza delle due metà e avevano intuito, ma non erano riusciti a dimostrare l'uguaglianza tra i quarti, cioè la seconda parte dell'uguaglianza: sono uguali perché sono la metà di due parti uguali. Alcuni avevano trovato strategie, da un punto di vista geometrico originali e interessanti, per giustificare la propria scelta.
Dopo la condivisione dei lavori individuali, insieme abbiamo rielaborato l'intera attività.

Prima dimostrazione
Divido il rettangolo a metà e ottengo due rettangoli uguali, infatti le due parti combaciano (ognuno è ½ del rettangolo iniziale).
La prima metà è composta da due rettangoli uguali perché sovrapponendoli combaciano, quindi ognuno è ¼ del rettangolo iniziale o la metà della metà.
La seconda metà è composta da due triangoli anche loro tra loro uguali, perché tagliandoli si possono sovrapporre e si è visto che combaciano, quindi anche loro sono ¼ del rettangolo iniziale o la metà della metà.

Seconda dimostrazione
Ritaglio i due triangolini e i due rettangoli e sovrapponendo un triangolo ad un quadrato si vede che avanza un pezzetto di triangolo per lunghezza e che manca per larghezza per ricoprire tutto il rettangolino.
Taglio la parte che avanza e la metto nella parte che manca.
Scopro che il triangolino e il rettangolino sono uguali.

Conclusioni

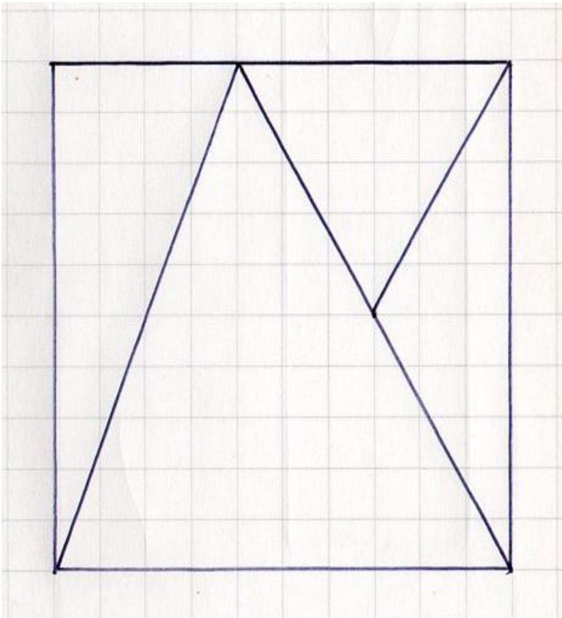
Le quattro forme, rettangoli e triangoli, sono uguali per lo spazio che occupano e ognuna è ¼ della striscia iniziale.
I due triangoli e i due rettangoli, pur di forma diversa, richiedono la stessa quantità di carta.

Fase 3 - Figure equiestese

Lo scopo di questa attività è quello di far cogliere ai ragazzi la differenza tra i concetti di perimetro e di superficie; misurare la lunghezza del contorno di due figure non serve per stabilire quale delle due abbia l'interno maggiore.
Viene puntualizzato che il perimetro è la misura del contorno della figura che è altra cosa rispetto alla sua estensione, allo spazio che essa occupa, alla sua superficie.

Per assimilare e consolidare il concetto di equiestensione tra superfici abbiamo proposto un'attività giocosa che i ragazzi hanno gradito.
Dato un quadrato diviso in 4 triangoli, dovevano prima incollarlo su cartoncino, poi ritagliare i vari pezzi e con quelli, costruire figure a loro piacere, infine dovevano rimontare il quadrato iniziale.
Questa attività è stata ripresa e sviluppata nella preparazione di giochi matematici in occasione dell'open day.

Consegna di lavoro



1) Ritaglia il quadrato lungo le linee tracciate.

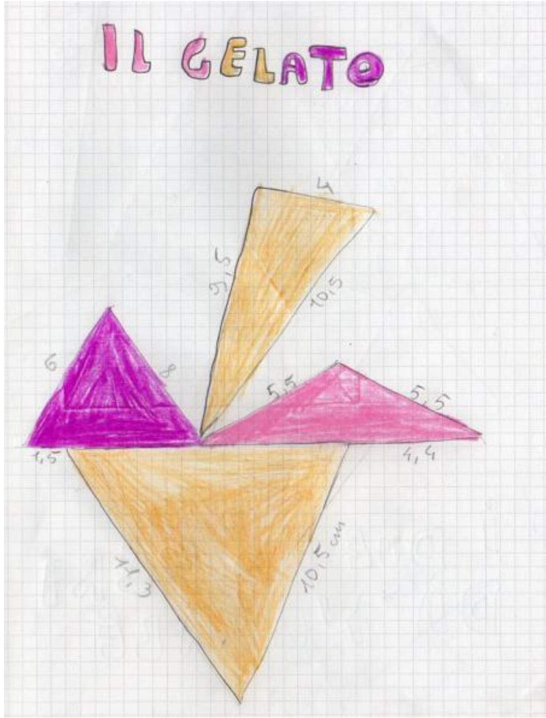
2) Usa i triangoli per disegnare una o più figure di fantasia e dai loro il titolo.
Devi usare ogni pezzo una sola volta, i vari pezzi devono essere attaccati l'uno all'altro, ma non sovrapposti.

3) Rimonta sul quaderno il quadrato iniziale.

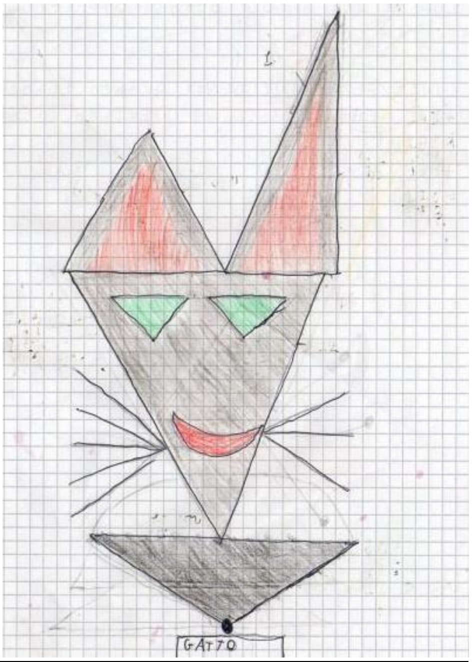
Ecco alcune creazioni

Alcuni ragazzi hanno usato rigorosamente i pezzi ritagliati, altri hanno aggiunto alcuni particolari.

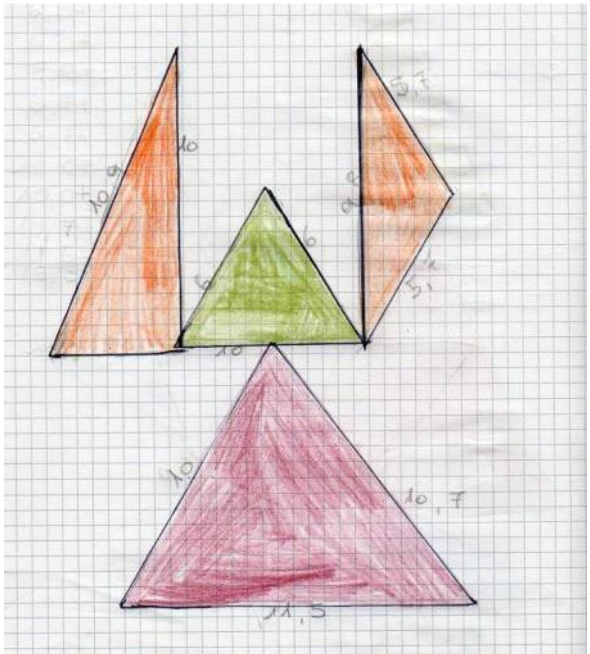
La maga civetta



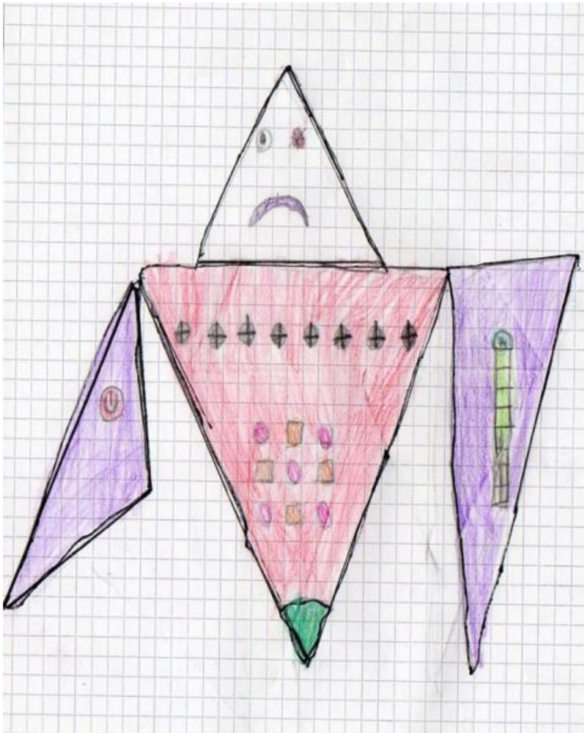
Il gelato



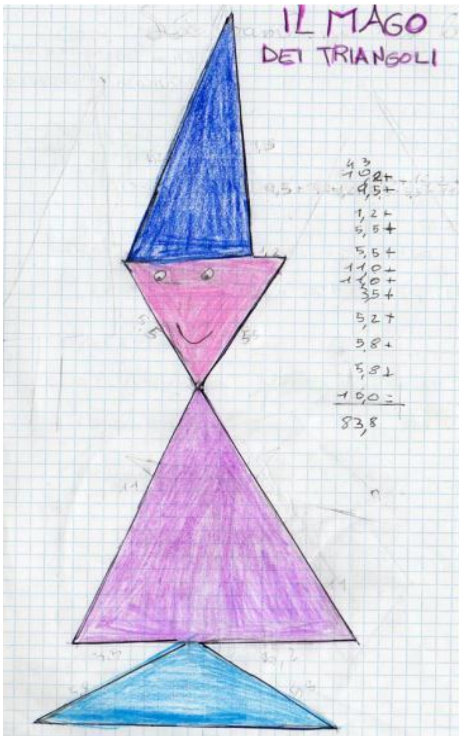
Il gatto birichino



Gemme preziose



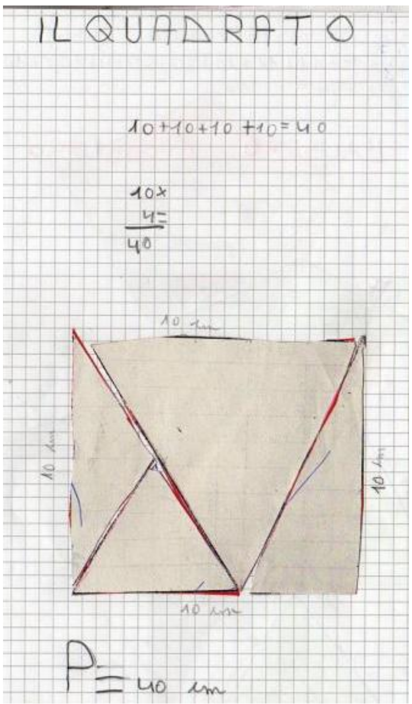
Il robot volante



Il mago dei triangoli

A questo punto del percorso è stato richiesto agli alunni di calcolare il perimetro, sia del quadrato iniziale che della figura fantastica appena creata.

Ricostruisco il quadrato di partenza e calcolo il perimetro



Successivamente è stato assegnato il seguente compito:
“Stabilisci quale delle due figure, quadrato e figura fantastica, è la più grande.“
I ragazzi hanno subito colto l’ambiguità della richiesta:
“Con più grande, che cosa si intende: il perimetro o lo spazio occupato?”

Dalla discussione sono scaturite due nuove, più chiare e articolate richieste.

Lavoro individuale

1) Le due figure, quadrato e figura fantastica, sono uguali per lo spazio interno (spazio occupato) ?

SI ☐ NO ☐ Perché?

2) Le due figure, sono uguali per il perimetro ?

SI ☐ NO ☐ Perché?

Spiega le ragioni della tue scelte

Si riportano alcune argomentazioni tratte dai loro quaderni:

1) Le due figure sono uguali per lo spazio interno perché:

- è sempre la stessa figura, solo disposta in modo diverso.

- gli stessi triangoli, anche se messi in modo diverso, occupano lo stesso spazio.

- essendo formate dagli stessi triangoli, le nuove figure avranno lo stesso spazio interno.

- si sono solo spostati e non diminuiti o aggiunti pezzi.

- ho usato lo stesso campione per fare l’immagine e quindi anche se è messa in modo diverso, lo spazio occupato è uguale, perché è fatta con le stesse forme.

2) Le due figure non sono uguali per il perimetro perché:

- anche se sono gli stessi triangoli, nel quadrato solo un lato di essi compone il perimetro, mentre nel robot tutte. In effetti il quadrato ha il perimetro di 40 cm, mentre il robot di 79 cm.

- nel quadrato i 4 triangoli danno solo un lato per il perimetro, invece nella forma a piacere tutti i triangoli danno tutti i lati per il perimetro. Il perimetro della forma a piacere è di 97,7 cm, nel quadrato invece è di 40 cm.

- ho calcolato ogni lato del castello e in tutto torna 65,7 cm, mentre nel quadrato è di soli 40 cm.

- misurando il perimetro del quadrato torna 40 cm, mentre misurando il perimetro dell'altra figura torna 83,8 cm e quindi sono molto diversi per il perimetro.

Dopo la condivisione dei lavori individuali, si puntualizzano insieme le scoperte fatte e si definiscono alcuni concetti:

1) Con il termine SUPERFICIE si intende lo spazio occupato, la quantità di carta usata; le due figure, quadrato e figura fantastica, sono uguali per lo spazio che occupano, cioè hanno la stessa SUPERFICIE perché sono state costruite con gli stessi 4 triangoli, soltanto posizionati in modo diverso.
   Due figure che hanno la stessa SUPERFICIE si dicono EQUIESTESE .

2) Le due figure hanno perimetri diversi.
   Non è detto che due figure equiestese abbiano anche lo stesso perimetro, le nostre figure non sono ISOPERIMETRICHE, cioè non hanno lo stesso perimetro.

Fase 4 - Misuriamo superfici più grandi

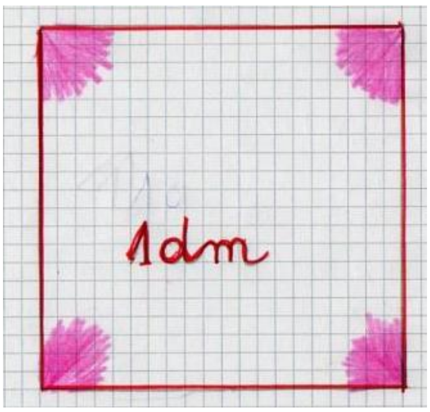
Questa fase del percorso riguarda la costruzione del concetto di area come misura dell'estensione di una figura.
I bambini hanno usato fino ad ora la sovrapposizione per valutare la maggiore o minore estensione della superficie di due figure geometriche, ma sovrapporre non è misurare. Sovrapponendo due figure posso solo stabilire quale delle due ha la superficie più estesa, ma non posso sapere di quanto sia più estesa, non sono cioè in grado di quantificare.
Per questo motivo viene loro posto un problema per la cui risoluzione non possono ricorre alla sovrapposizione, ma necessariamente devono trovare un'unita di misura che gli consentirà non solo di stabilire la maggiore o minore estensione, ma anche di quantificare la misura delle due superfici.

Visto che i bambini avevano dimostrato una buona padronanza, sia nell'uso del quadretto da 1 cm come unità di misura, sia nell'acquisizione del concetto di superficie, si voleva affrontare il concetto di misurazione di superfici ed introdurre l'uso di una unità di misura più grande, il dm quadrato.

L'insegnante ha proposto loro il seguente quesito:
"La lavagna e la porta, secondo voi, hanno la stessa superficie (ampiezza, estensione)?"

Di seguito le considerazioni dei ragazzi:

1) Non si possono sovrapporre
2) Non possiamo usare il quadrato da 1 cm perché è un campione troppo piccolo e nemmeno un quadrato da 1 m perché è troppo grande
3) Per conoscere l'ampiezza non ci serve il perimetro
4) Abbiamo deciso di usare **un quadrato da 1 dm**



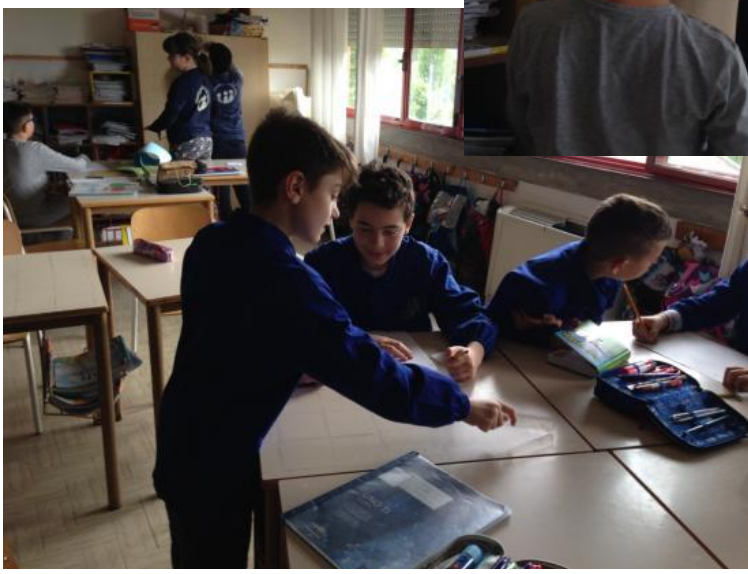
È stato immediato che, essendo impraticabile sovrapporre la porta alla lavagna per confrontarle, dovevano misurare l'estensione dell'una e dell'altra.
Alla richiesta di come avrebbero potuto fare, alcuni hanno proposto di usare un quaderno e vedere quante volte ci stava, altri hanno proposto di usare il piatto da

100 del multibase (perché ne hanno una discreta familiarità e, fra l'altro, lo avevano anche scelto come unità di misura nel lavoro sul peso).
La proposta che ha riscosso maggior successo è stata la seconda.
Si è stabilito chi avrebbe misurato la porta e chi la lavagna. Poiché le cose da misurare non occupavano tutti i bambini, si è deciso che gli altri, sempre in gruppo, misurassero la superficie dell'armadietto e del banco.

Prendendo il piatto del multibase come modello, sono stati costruiti tanti quadrati, uno per ogni gruppo, si è usato la carta quadrettata e si sono incollati su un cartoncino delle stesse dimensioni: un quadrato con il lato di 1 dm è diventato il nostro campione.

Divisi a piccoli gruppi, hanno iniziato a misurare, riproducendo tante volte il quadrato fino a ricoprire le intere superfici.

E ora misuriamo



Una volta ultimate tutte le misurazioni, ogni gruppo ha calcolato la superficie dell'oggetto da misurare in quadrati da 1 dm, contando il numero dei quadrati per riga e moltiplicandolo per il numero delle righe. Tutti i lavori sono stati restituiti alla classe, scrivendoli alla lavagna.

Dopo il lavoro, si calcola

È stato interessante notare che le misurazioni con il dm^2 non erano precise, avanzavano dei pezzi troppo piccoli per essere misurati con quel campione.
Nel momento della restituzione, è stato chiesto come avrebbero potuto fare a misurare quei pezzettini.
I ragazzi hanno detto che quei pezzi, si potevano misurare col quadrato da 1 cm.
Così hanno calcolato l'ampiezza del pezzetto che avanzava usando l'unità di misura più piccola, e coloro che ci sono riusciti, hanno fatto per la prima volta l'equivalenza tra le misure di superficie.

I risultati delle nostre misurazioni in quadrati da 1 dm:
PORTA: 19x12 = 228 quadrati da 1 dm e 1 pezzo (7x12= 84 quadrati da 1 cm)
LAVAGNA: 23X8= 184 quadrati da 1 dm e 1 pezzo (23x7=161 quadrati da 1 cm, equivalenti a 1 quadrato da 1 dm e 63 quadrati da 1 cm).
BANCO: 6x6= 36 quadrati da 1 dm e 12 pezzetti (30x12=360 quadrati da 1 cm, equivalenti a 3 quadrati da 1 dm e 60 quadrati da 1 cm)
ARMADIO: 13x10= 130 quadrati da 1 dm e 1 pezzo ?

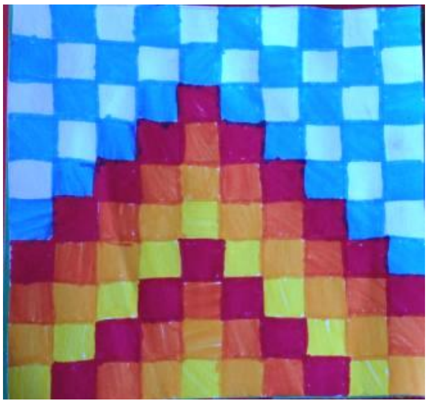
Si traggono le conclusioni, si risponde al quesito iniziale e si formalizza la definizione di AREA

Conclusioni

- La porta ha la superficie (spazio interno) maggiore rispetto alla lavagna.
- La misura della superficie si chiama **AREA**.

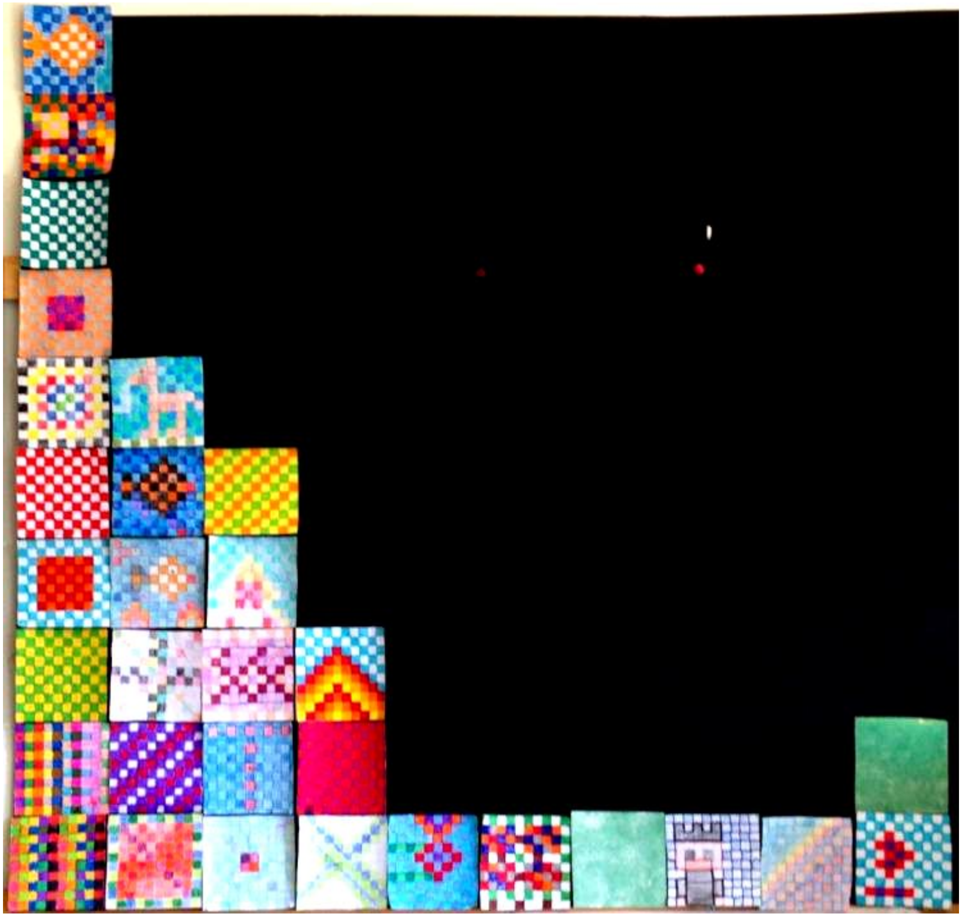
La costruzione del metro quadrato

È stato proposto ai ragazzi, nei momenti liberi, di costruire con carta quadrettata, altri quadrati da 1 decimetro, colorarli a loro piacere, con l'unico vincolo che i quadretti da1 cm adiacenti, avessero colori diversi.
Questa ultima consegna dovrebbe favorire la consapevolezza che le misure di superficie sono multiple di 100 ed essere utile per avere a portata di mano i sottomultipli quando il dm quadrato non sarà sufficientemente preciso.



Una volta disegnati e incollati su un cartoncino, dovevano attaccarli con il velcro su un grande cartellone nero.

Il vantaggio di essere staccabili, ci permetterà l'anno prossimo, non solo di usare il metro quadrato per misurare superfici, ma anche i suoi sottomultipli.



Il percorso si conclude con la socializzazione del calcolo dell'area, anche se non formalizzato, attraverso il conteggio dei dm^2 disposti su una riga per il numero dei dm^2, disposti su una colonna, cioè della scoperta e del riconoscimento dello schieramento di una moltiplicazione.

Esempi di schede di consolidamento e verifica, tratti dalle prove INVALSI:

A 24. Osserva le figure.

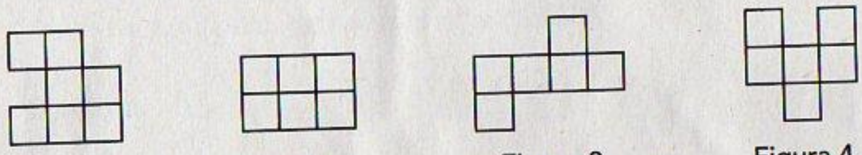


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a. **Che cosa vuol dire che due figure sono equivalenti o equiestese?**

A. ☐ Hanno la stessa area.
B. ☐ Hanno lo stesso perimetro.
C. ☐ Hanno la stessa forma.
D. ☐ Sono sovrapponibili.

b. **Quale di queste affermazioni è vera?**

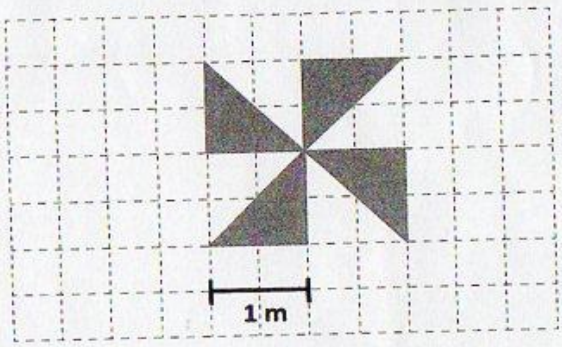
A. ☐ Le figure 1, 3, 4 sono equiestese e hanno perimetri diversi.

B. ☐ Le figure 2, 3, 4 hanno lo stesso perimetro, ma non sono equiestese.

C. ☐ Le figure 3 e 4 sono equiestese e hanno lo stesso perimetro.

D. ☐ Tutte le figure hanno lo stesso perimetro.

D16. Mario ha disegnato una girandola grigia come quella che vedi in fi



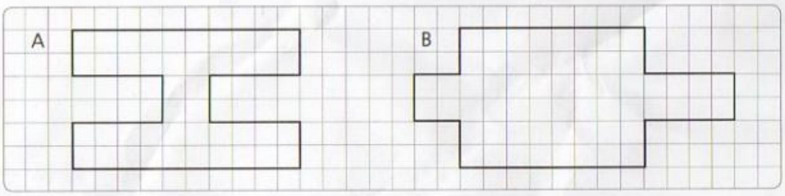
Quanto misura la superficie della girandola disegnata da Mario?

Risposta: ....

FORME DIVERSE, STESSO PERIMETRO

1 **Per ciascun poligono qui sotto conta i "lati quadretti" (lq) che formano il contorno e completa.**

I poligoni che hanno la lunghezza del contorno uguale fra loro si dicono **isoperimetrici**.

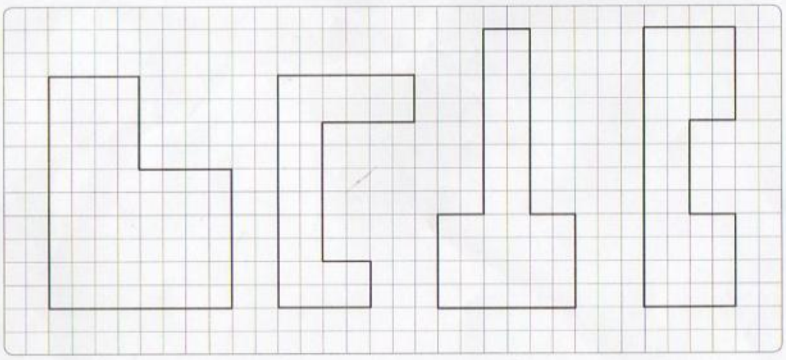


Poligono **A**: perimetro = ... lq

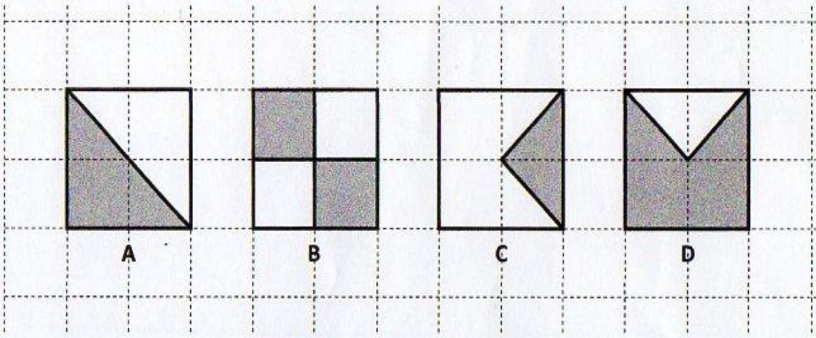
Poligono **B**: perimetro = ... lq

- I due perimetri sono lunghi uguali? ☐ Sì. ☐ No.
- I due poligoni sono isoperimetrici? ☐ Sì. ☐ No.

2 **Osserva questi poligoni: sono tutti isoperimetrici.**
Conta i "lati quadretti" (lq) che formano ciascun contorno e completa.



D29. I quadrati A, B, C, D hanno la stessa superficie.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	La superficie grigia di A è equivalente alla superficie grigia di B	☐	☐
b.	La superficie grigia di C misura la metà della superficie grigia di A	☐	☐
c.	La superficie grigia di B equivale a due volte la superficie grigia di C	☐	☐
d.	La superficie grigia di D misura il quadruplo della superficie grigia di C	☐	☐